

**PROGRAM DE CALCUL PENTRU SOLUȚIONAREA NUMERICĂ  
A ECUAȚIEI DE STARE A CONDUCTOARELOR LINIILOR  
ELECTRICE AERIENE. TRASAREA CURBELOR DE MONTARE  
A CONDUCTOARELOR**

**1. Introducere**

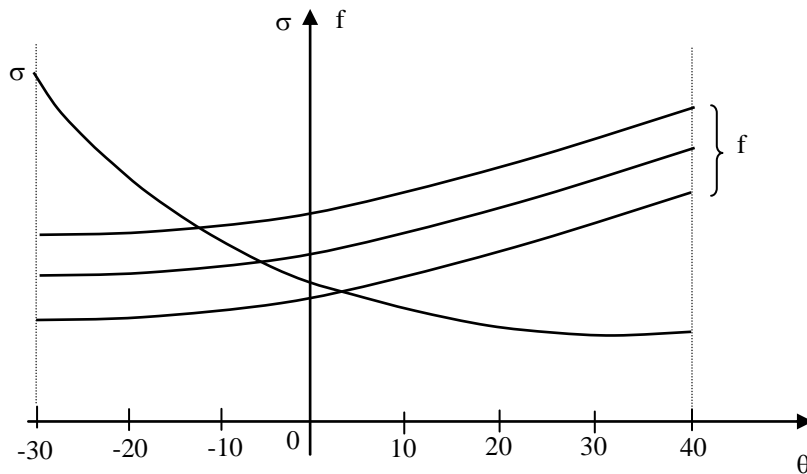
Pentru un conductor întins într-o deschidere, la o anumită stare a mediului exterior, se pune problema predeterminării eforturilor și a săgeților care iau naștere în conductor atunci când mediul exterior își schimbă starea și anume: grosimea stratului de chiciură, presiunea vântului, temperatura. Acest proces de predeterminare a eforturilor și a săgeților maxime interesează, în special, pentru condițiile meteorologice impuse de normele privind calculul mecanic.

Trebuie remarcat faptul că la calculul mecanic al conductoarelor, se adoptă drept condiții inițiale tocmai eforturile maxime admisibile pe care va fi necesar să le suporte conductoarele, în condițiile cele mai defavorabile impuse de norme, precum și determinarea eforturilor și săgeților cu care trebuie să fie montate acestea, astfel încât în timpul funcționării, indiferent de starea mediului exterior, eforturile în conductoare și săgețile acestora să nu fie depășite.

Conductoarele LEA fiind considerate fixe în punctele de suspensie, în momentul schimbării stării mediului exterior și anume a valorii forțelor exterioare, care acționează asupra acestora, în ele se produc variații ale lungimii, care determină variația eforturilor interne, adică:

- la creșterea forțelor exterioare (chiciură și vânt), temperatura mediului exterior rămânând constantă, se produc alungirea conductoarelor și creșterea eforturilor interne în acestea;
- la temperaturi scăzute ale mediului exterior, ceilalți parametri păstrându-se constanți, se produc contracții ale conductoarelor și creșterea eforturilor interne în acestea;
- la creșterea temperaturii mediului exterior, ceilalți parametri păstrându-se constanți, se produce alungirea conductoarelor, iar eforturile interne în acestea se micșorează.

Ecuția care stabilește dependența dintre mărimile caracteristice ale unei deschideri (temperatură, efort, sarcini specifice, lungime, săgeată specifică – pentru diferite stări ale mediului exterior) sau legătura dintre eforturile din conductor, în două stări diferite ale acestuia, se numește *ecuație de stare a conductorului*.



**Figura 1** Curbele de montare pentru un panou de întindere

La calculul mecanic al LEA, curbele de montare a conductoarelor active se determină, practic, prin puncte, soluționând ecuația de stare a conductoarelor, pentru diverse temperaturi și anume  $\theta \in [-30^{\circ}\text{C} \div +40^{\circ}\text{C}]$ . Curbele de montare, reprezentate în Figura 1, se referă la variația efortului unitar  $\sigma$  și a săgeții  $f$  în funcție de temperatura  $\theta$ , pentru toate deschiderile unui panou de întindere al unei LEA.

## 2. Ecuația de stare a conductorului

La calculul mecanic al conductoarelor liniilor electrice aeriene, ecuația de stare a conductorului, corespunzătoare pentru două stări  $m$  și  $n$ , este de forma:

$$u(\sigma_{\theta_m} - \sigma_{\theta_n}) \frac{1}{E_c} + \alpha_c(\theta_m - \theta_n) = \frac{a_{med}^2}{24} \left[ \left( \frac{\gamma_{t_m}}{\sigma_{\theta_m}} \right)^2 - \left( \frac{\gamma_{t_n}}{\sigma_{\theta_n}} \right)^2 \right] \quad (1)$$

Ecuația (1) exprimă legătura dintre mărimile care caracterizează o stare de referință cunoscută în totalitate (starea  $m$ ) și cele care corespund unei stări cunoscute numai parțial (starea  $n$ ). Mărimile de stare, pentru starea de referință  $m$  (starea critică de  $-5^{\circ}\text{C} + \text{chiciură} + \text{vânt}$ ), sunt următoarele: încărcarea specifică de calcul a conductorului  $\gamma_{t_m} = \gamma_{(7,c)}$ , efortul unitar  $\sigma_{\theta_m} = \sigma_{adm_{-5^{\circ}\text{C}}}$  și temperatura  $\theta_m = -5^{\circ}\text{C}$ . În ce privește starea  $n$ , se cunoaște încărcarea specifică normată a conductorului  $\gamma_{t_n} = \gamma_{(1,c)}$ , temperatura  $\theta_n \in [-30^{\circ}\text{C} \div +40^{\circ}\text{C}]$ , necunoscuta fiind efortul unitar care apare în conductor  $\sigma_{\theta_n}$ . Semnificația celorlalte mărimi din ecuația de stare (1) este următoarea:

- $\sigma_{\theta_n}$  – componenta orizontală a tracțiunii specifice normate în starea de referință  $n$ , în  $\text{daN/mm}^2$ ;
- $\sigma_{\theta_m}$  – componenta orizontală a tracțiunii specifice de calcul în starea de referință  $m$ , în  $\text{daN/mm}^2$ ;
- $\gamma_{t_n}$  – încărcarea specifică normată a conductorului corespunzătoare stării  $n$ , în  $\text{daN/m} \cdot \text{mm}^2$ ;

Săgeata conductorului corespunzătoare stării  $n$  se va stabili cu următoarea relație:

$$f_{i_0} = \frac{\gamma_{(1,c)} \cdot a_{0_{i,i+1}}^2}{8 \cdot \sigma_{\theta_n} \cdot \cos \Psi_i} \left( 1 + \frac{1}{48} \frac{\gamma_{(1,c)} \cdot a_{0_{i,i+1}}^2}{\sigma_{\theta_n}} \right) \quad (2)$$

Notând cu  $x$  necunoscuta  $\sigma_{\theta_n}$  din ecuația (1), aceasta poate fi pusă sub următoarea formă:

$$f(x) = x^3 + (A + C \cdot \theta) x^2 - B = 0 \quad (3)$$

unde  $A$ ,  $B$  și  $C$  sunt coeficienți numerici de valoare dată pentru fiecare deschidere, iar  $\theta$  este un parametru.

## 3 Metode de separare a soluțiilor ecuației de stare a conductoarelor LEA

Pentru separarea soluțiilor ecuațiilor algebrice, precum și a celor transcendente, există diverse metode, cum ar fi: *metoda tabelării funcției  $f(x)$* , *metoda algebrică prin utilizarea șirului lui Rolle*, *metoda grafică* și altele. În contextul utilizării calculatoarelor numerice, cel mai adesea se folosește, în acest scop, metoda tabelării funcției, celelalte metode fiind utilizate mai rar.

*Tabelarea funcției* presupune, practic, determinarea valorilor într-un număr suficient de mare de puncte  $x \in I$ , începând cu limitele intervalului și continuând cu puncte din interiorul intervalului,

care pot fi echidistante sau alese în mod convenabil. În acest fel, se efectuează o determinare preliminară a unor intervale  $[\alpha, \beta]$ , pentru care  $f(\alpha)f(\beta) < 0$ , atenția focalizându-se asupra acestora, prin calculul valorilor lui  $f(x)$  pentru noi puncte, până la separarea certă a soluțiilor de interes ori a tuturor soluțiilor. Prin folosirea posibilităților grafice ale calculatoarelor numerice actuale, calculul numeric se poate efectua și prin reprezentarea graficului funcției  $f(x)$ , rezultând, în felul acesta, informații suplimentare utile asupra localizării soluțiilor.

*Metoda algebrică* are la bază folosirea teoremei lui Rolle. Aceasta presupune cunoașterea soluțiilor ecuației  $f(x)=0$  și utilizarea acestora pentru separarea soluțiilor ecuației  $f(x)=0$ . De obicei, soluționarea ecuației  $f(x)=0$  nu este întotdeauna mult mai simplă decât ecuația  $f(x)=0$ , excepție făcând doar câteva cazuri particulare și, din acest motiv, domeniul de aplicare a metodei algebrice se restrânge foarte mult.

*Metoda grafică* presupune înlocuirea funcției  $f(x)$  cu  $f_1(x)-f_2(x)$ , ceea ce conduce la  $f_1(x)=f_2(x)$ , cu condiția suplimentară ca noile funcții  $f_1(x)$ , respectiv  $f_2(x)$  să aibă o formă relativ mai simplă și să fie ușor de reprezentat grafic. În această situație, abscisele punctelor de intersecție ale celor două grafice  $f_1(x)$  și  $f_2(x)$ , reprezentate în același sistem de coordonate, aproximează soluțiile ecuației  $f(x)=0$  sau intervalele în care acestea sunt localizate.

### 3.1 Metode de calcul pentru o soluție reală

Conform celor prezentate în paragraful anterior, într-un număr mare de aplicații din domeniul energetic, inclusiv la calculul mecanic al conductoarelor LEA, este necesar să se determine o soluție reală a unei ecuații  $f(x)=0$ , separată, în prealabil, într-un interval  $[\alpha; \beta]$ , adică:

$$f(x)=0; \quad x \in [\alpha; \beta] \quad (4)$$

În acest scop, toate metodele utilizate pentru soluționarea acestei probleme sunt constituite, de fapt, din algoritme de aproximații succesive (proces de calcul iterativ). Se pornește, practic, de la o valoare inițială  $x^{(0)}$  a soluției și, prin intermediul unui procedeu iterativ, se determină aproximații din ce în ce mai bune ale soluției exacte  $\xi$ ,  $x^{(1)}$ ,  $x^{(2)}$ ,  $x^{(3)}$ , ..., până în momentul când se apreciază că soluția căutată a fost determinată cu precizia fixată aprioric.

În cazul unei iterații oarecare  $k$  ( $k=1, 2, 3, \dots$ ), noua valoare a soluției ecuației se determină cu o relație de forma următoare:

$$x^{(k)} = \varphi_k(x^{(0)}, x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k-1)}) \quad (5)$$

Forma relației (5) este, de regulă, caracteristică pentru fiecare algoritm în parte. În situația în care convergența este asigurată, atunci:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x^{(k)} = \xi \quad (6)$$

Pentru rezolvarea acestei probleme, sunt aplicate, de obicei, următoarele clase de metode:

- Metode care au la bază partiționarea intervalului  $[\alpha; \beta]$ , acestea având, de regulă, convergența asigurată.
- Metode în care se utilizează derivatele funcției  $f(x)$  și la care, de obicei, convergența este condiționată.
- Metode care se bazează pe exprimări explicite echivalente ori aproximări ale funcției  $f(x)$ , pentru care, de asemenea, convergența este asigurată.

## 3.1.1 Metoda înjumătățirii intervalului sau biseecției

Se consideră ecuația (4) pentru care, în prealabil, a fost separată o soluție în intervalul  $[\alpha; \beta]$ , deci, în consecință,  $f(\alpha) \cdot f(\beta) < 0$ . Funcția polinomială  $f(x)$  fiind continuă pe intervalul  $[\alpha; \beta]$ , se urmărește să se determine soluția reală a ecuației din intervalul respectiv, erorile admise fiind  $\varepsilon_x$  referitoare la soluție, respectiv  $\varepsilon_f$  referitoare la valoarea funcției.

Pentru metoda biseecției sau a înjumătățirii intervalului este caracteristic faptul că la fiecare pas se restrânge domeniul în care se caută soluția, prin înjumătățirea, practic, a intervalului din pasul anterior, până se atinge precizia dorită, indicată în datele de intrare. Algoritmul de calcul al acestei metode este prezentat în continuare:

- Se inițializează limitele intervalului curent de căutare  $a$  și  $b$ , cu valorile limitelor în care s-a separat soluția:

$$\begin{aligned} a^{(0)} &= \alpha \\ b^{(0)} &= \beta \end{aligned}$$

- Într-un pas oarecare  $k$  al procesului iterativ de calcul ( $k=1, 2, 3, \dots$ ), se determină noua valoare a soluției în pasul respectiv și anume:

$$x^{(k)} = \frac{a^{(k-1)} + b^{(k-1)}}{2}$$

- În același pas  $k$  al procesului iterativ, se calculează  $f(x^{(k)})$  și  $f(a^{(k-1)})$ , rezultând, în felul acesta, noile limite ale intervalului de căutare și anume:

$$P = f(x^{(k)}) \cdot f(a^{(k-1)}) = \begin{cases} = 0 & \xi = x^{(k)} - \text{procesul de calcul este terminat} \\ < 0 & a^{(k)} = a^{(k-1)}; b^{(k)} = x^{(k)} \\ > 0 & a^{(k)} = x^{(k)}; b^{(k)} = b^{(k-1)} \end{cases}$$

- Procesul iterativ de calcul se consideră terminat atunci când sunt îndeplinite condițiile:

$$\begin{aligned} |b^{(k)} - a^{(k)}| &\leq \varepsilon_x \\ |f(x^{(k)})| &\leq \varepsilon_f \end{aligned}$$

Metoda înjumătățirii intervalului sau biseecției este simplă, convergența este sigură, dar lentă, ceea ce conduce, la majoritatea aplicațiilor, la un număr mare de iterații și deci la un timp de calcul relativ mare.

În Figura 2 se prezintă schema logică a procesului de calcul în scopul stabilirii unei rădăcini reale dintr-un interval separat în prealabil. În această schemă logică s-a prevăzut și o ieșire de siguranță, pentru situațiile când programul de calcul ar intra într-un ciclu infinit datorită valorilor necorelate ale limitelor admise pentru erorile de trunchiere cu erorile de rotunjire, greșeli de programare și altele.

Rezultate asemănătoare se pot obține și cu ajutorul metodei falsei poziții sau a coardei, care asigură, de obicei, o convergență mai rapidă în privința separării soluției ecuației comparativ cu metoda biseecției. În cazul metodei falsei poziții, timpul de calcul pentru un pas este mai mare decât în cazul metodei biseecției, în schimb, numărul de iterații este mult mai redus, ceea ce face ca timpul total de calcul să fie mai mic.

3.1.2 Metoda căutării cu pas variabil

Se consideră, pentru exemplificare, tot ecuația (4), pentru care, în prealabil, a fost separată o soluție a ecuației în intervalul  $[\alpha; \beta]$ , adică  $f(\alpha)f(\beta) < 0$ . Metoda căutării cu pas variabil sau algoritmul încercare-eroare se caracterizează prin faptul că, pornind de la intervalul  $[\alpha; \beta]$ , la fiecare pas se restrânge domeniul în care se află soluția, printr-o căutare ordonată, cu pas de valoare din ce în ce mai redusă, până în momentul în care se atinge precizia dorită, indicată în datele de intrare ( $\varepsilon_x$  – eroarea admisă referitoare la soluție;  $\varepsilon_f$  – eroarea admisă referitoare la valoarea funcției).

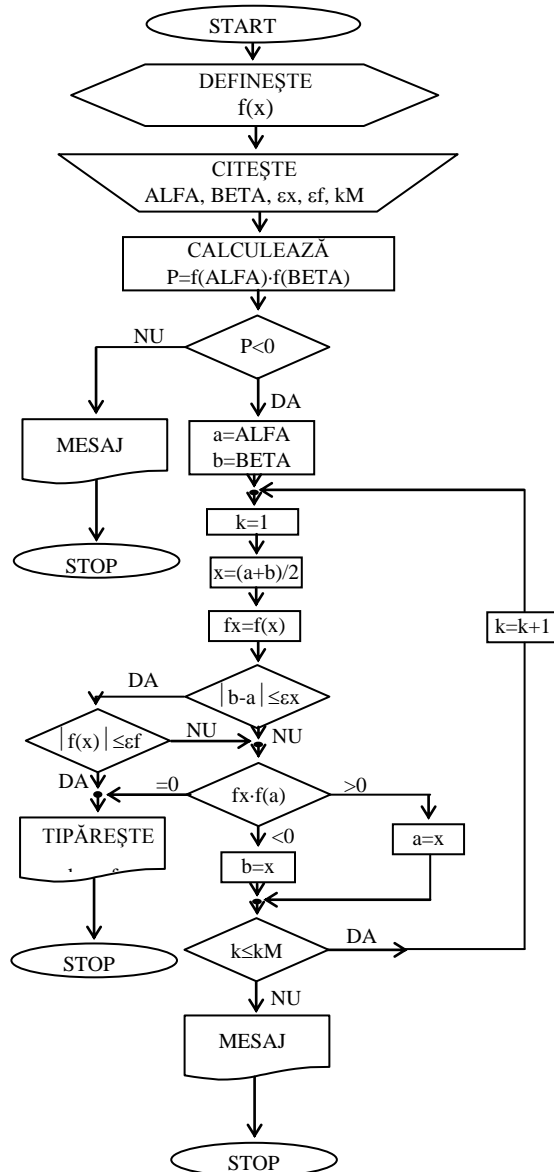
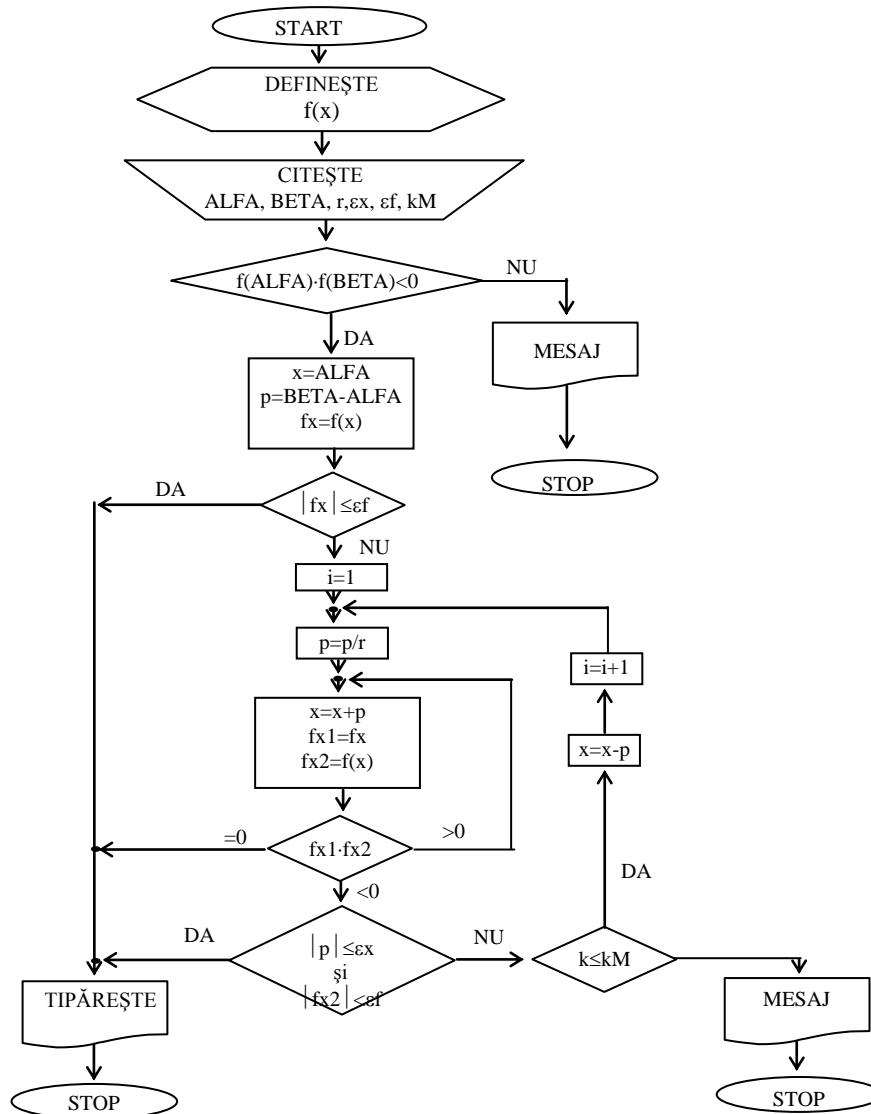


Figura 2 Schema logică pentru separarea unei soluții reale folosind metoda biseției sau înjumătățirii intervalului

Notând cu  $r$  coeficientul de reducere a pasului de căutare  $p$ , algoritmul acestei metode este prezentat în cele ce urmează, iar în Figura 3 este redată schema logică pentru separarea unei soluții reale, folosind metoda căutării cu pas variabil.



**Figura 3** Schema logică pentru separarea unei soluții reale, folosind metoda căutării cu pas variabil

1. Se inițializează  $x$  și pasul de căutare  $p$ , corespunzător primului ciclu de căutare și anume:

$$x^{(0)} = \alpha$$

$$p = \frac{\beta - \alpha}{r}$$

2. Într-un pas oarecare  $k$  ( $k=1,2,3, \dots$ ) al procesului iterativ, corespunzător valorii curente a pasului de căutare  $p$ , se calculează noua valoare a lui  $x$ , precum și valoarea corespunzătoare a funcției  $f(x^{(k)})$ :

$$x^{(k)} = x^{(k-1)} + p$$

3. În același pas se determină produsul  $f(x^{(k)}) \cdot f(x^{(k-1)})$ , iar în funcție de semnul acestui produs se adoptă decizia privind modul de continuare a calculelor, după cum urmează:

$$f(x^{(k)}) \cdot f(x^{(k-1)}) = \begin{cases} > 0 - \text{se incrementează } k \text{ și se trece la punctul 2 din algoritmul;} \\ = 0 - x \text{ reprezintă chiar soluția căutată } \xi, \text{ procesul de calcul terminându-se necondiționat;} \\ < 0 - \text{ciclul aferent valorii curente a pasului de căutare } p \text{ este terminat și, în aceste condiții, se reinițializează } x \text{ cu valoarea } x^{(k-1)}, \text{ se reduce pasul de căutare } p \text{ de } r \text{ ori, se readuce contorul } k \text{ la valoarea 1 și se trece la punctul 2 din algoritmul.} \end{cases}$$

4. Procesul de calcul se consideră încheiat atunci când sunt îndeplinite următoarele restricții:

$$\begin{aligned} |p| &\leq \varepsilon_x \\ |f(x^{(k)})| &\leq \varepsilon_f \end{aligned}$$

sau măcar una dintre ele. În aceste condiții, ultima soluție a lui  $x$  este soluția reală căutată.

În ce privește *metoda căutării cu pas variabil*, respectiv *algoritmul încercare-eroare*, aceasta se caracterizează printr-o convergență mai bună în comparație cu *metoda bisecției*.

### 3.1.3 Metoda Newton-Raphson sau metoda tangentei. Metoda Bailey

*Metoda Newton-Raphson sau metoda tangentei* face parte din metodele care utilizează derivatele funcției  $f(x)$ . Pentru exemplificare, se consideră ecuația de forma (4), pentru care, în prealabil, a fost separată o soluție în intervalul  $[\alpha; \beta]$ . În aceste condiții, se urmărește determinarea soluției din intervalul respectiv, erorile admise fiind  $\varepsilon_x$ , referitoare la soluție, respectiv  $\varepsilon_f$ , referitoare la valoarea funcției.

Această metodă, în varianta clasică, are caracteristic faptul că relația specifică cu ajutorul căreia se stabilește noua valoare a soluției la fiecare pas al procesului iterativ de calcul, pe lângă valoarea variabilei  $x$  și valoarea funcției  $f(x)$ , apar și derivatele funcției  $f'(x)$ , respectiv  $f''(x)$ .

În vederea stabilirii relației de recurență, se consideră că s-a ajuns la pasul  $k$  al procesului iterativ, iar ultima valoare aproximativă stabilită pentru soluție este  $x^{(k-1)}$ . Se dorește stabilirea unei corecții  $cor^{(k-1)}$ , care, adăugată la  $x^{(k-1)}$ , să conducă la soluția exactă  $\xi$  și anume:

$$\xi = x^{(k-1)} + cor^{(k-1)}$$

iar prin dezvoltarea în serie Taylor, rezultă următoarea expresie:

$$f(\xi) = 0 = f(x^{(k-1)} + cor^{(k-1)}) = f(x^{(k-1)}) + cor^{(k-1)} \cdot f'(x^{(k-1)}) + \frac{(cor^{(k-1)})^2}{2!} \cdot f''(x^{(k-1)}) + \dots \quad (7)$$

Atunci când din dezvoltarea în serie Taylor se rețin doar termenii care conțin pe  $f(x)$  și  $f'(x)$ , iar restul termenilor care conțin derivatele de ordin superior se neglijează, rezultă că valoarea corecției  $cor^{(k-1)}$  se poate aproxima în felul următor:

$$cor^{(k-1)} = -\frac{f(x^{(k-1)})}{f'(x^{(k-1)})} \quad (8)$$

Această aproximație nu va conduce la soluția exactă  $\xi$ , ci la o nouă valoare aproximativă  $x^{(k)}$  a soluției care, în ipoteza asigurării convergenței, este mai bună decât  $x^{(k-1)}$ :

$$x^{(k)} = x^{(k-1)} + cor^{(k-1)} = x^{(k-1)} - \frac{f(x^{(k-1)})}{f'(x^{(k-1)})} \quad (9)$$

În cele ce urmează, se prezintă sintetic algoritmul metodei clasice Newton-Raphson:

1. Se inițializează soluția cu valoarea  $x^{(0)}$ .
2. Într-un pas oarecare  $k$  ( $k=1,2,3,\dots$ ) al procesului iterativ de calcul, se determină valoarea funcției și derivatei de ordinul întâi  $f(x^{(k-1)})$  și respectiv  $f'(x^{(k-1)})$ . În ce privește noua valoare a soluției, aceasta rezultă din relațiile (7) și (9).
3. Procesul de calcul se consideră terminat atunci când sunt satisfăcute restricțiile:

$$|cor^{(k-1)}| = |x^{(k)} - x^{(k-1)}| \leq \varepsilon_x \quad (10)$$

$$|f(x^{(k)})| \leq \varepsilon_f \quad (11)$$

sau este satisfăcută una din aceste restricții.

Trebuie menționat că la această metodă convergența este condiționată, ținându-se seama de următoarele aspecte:

- Dacă  $f'(x)$  este de semn constant în intervalul  $[\alpha; \beta]$ , în aceste condiții, restricția (9) garantează satisfacerea condiției  $|x^{(k)} - \xi| < \varepsilon_x$  și, în felul acesta, convergența este sigură.
- Dacă  $f''(x)$  este de semn constant în intervalul  $[\alpha; \beta]$ , atunci este asigurată o viteză sporită de convergență.
- Convergența procesului de calcul este influențată și de soluția inițială, recomandându-se, în acest sens, pentru reducerea numărului de iterații, satisfacerea uneia din condițiile:

$$f(x^{(0)}) \cdot f''(x^{(0)}) > 0$$

sau

$$f(x^{(0)}) \cdot f''(x^{(0)}) = 0$$

În condiții normale, metoda este caracterizată printr-o convergență bună, mai ales în apropierea soluției. Dacă este asigurată convergența procesului de calcul, se apreciază că metoda Newton-Raphson are performanțe foarte bune privind numărul de iterații și timpul total de calcul.

*Metoda Bailey* face parte din metodele care conduc la o aparentă complicare a variantei clasice a metodei Newton-Raphson, în sensul utilizării la calculul corecției și al derivatelor de ordin superior (ordinul doi) din dezvoltarea în serie Taylor. Acest lucru are ca efect creșterea timpului de calcul corespunzător unei iterații și, în același timp, reducerea numărului de iterații, obținându-se, în final, o micșorare a timpului total de calcul.

Algoritmul *metodei Bailey* este asemănător cu cel prezentat anterior pentru *metoda clasică Newton-Raphson*, diferența constând în modul de calcul al corecției la o anumită iterație. În locul relației (8), corecția, în acest caz, se calculează cu expresia:

$$cor^{(k-1)} = \frac{f(x^{(k-1)})}{f'(x^{(k-1)}) - \frac{f(x^{(k-1)}) \cdot f''(x^{(k-1)})}{2 \cdot f'(x^{(k-1)})}} \quad (12)$$



Expresia corecției (12) s-a obținut din dezvoltarea în serie Taylor (7), păstrând și termenul care conține derivata de ordinul doi.

De menționat că metoda Newton-Raphson se caracterizează prin proprietăți de convergență foarte bune la nivel local, în apropierea soluției exacte, în schimb, nu același lucru se poate spune la nivel global, departe de soluția exactă. Ținând seama de aceste observații, se poate utiliza o *metodă hibridă Newton-bisecție*, care să elimine neajunsurile fiecăreia dintre cele două metode. Schema logică de principiu pentru aplicarea unei asemenea metode hibride, în scopul separării soluției reale a unei ecuații, dintr-un interval în prealabil determinat, este prezentată în Figura 4.

## 4. Determinarea tracțiunilor și a săgeților de montaj. Stabilirea curbelor de montaj

La proiectarea LEA, calculul tracțiunilor și al săgeților de montaj este necesar a fi efectuat pentru faza de întindere a conductoarelor, la realizarea liniei electrice. Astfel, trebuie să se determine, prin calcul, valoarea săgeții conductorului în condițiile de montaj, în așa fel încât să nu se depășească solicitările mecanice admisibile, pentru orice situație în care ar funcționa linia.

În acest scop, se întocmesc tabelele de montaj, iar pe baza acestora se realizează curbele de montaj. Atât tabelele, cât și curbele de montaj, de tipul celor prezentate în Tabelul 1, respectiv în Figura 1, conțin variația efortului unitar în conductor și a săgeții, în funcție de temperatura mediului exterior, în lipsa chiciurei și a vântului, adică în condiții specifice montajului.

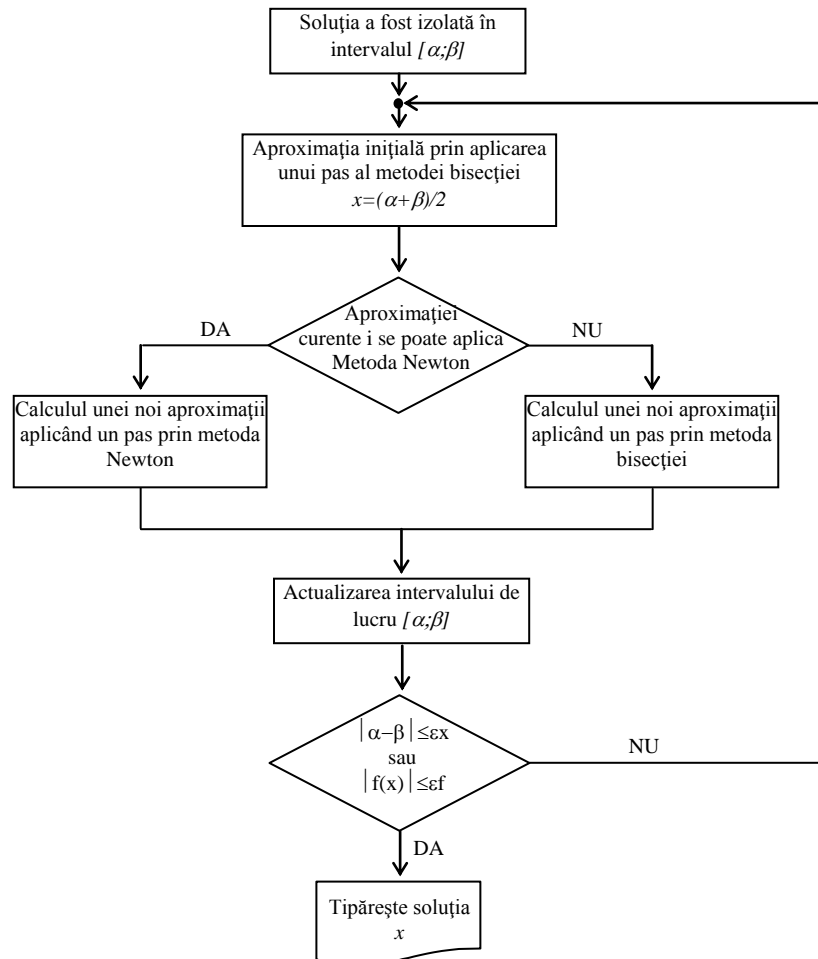


Figura 4 Schema logică de principiu pentru aplicarea metodei hibride Newton-bisecție

Variația efortului unitar și a săgeții conductoarelor în condiții de montaj

Tabelul 1

Nr.crt.	Temperatura $\theta$ [°C]	Efortul $\sigma$ [daN/mm <sup>2</sup> ]	Săgeata $f$ [m]
1	- 30		
2	- 20		
3	- 10		
4	- 5		
5	0		
6	5		
7	10		
8	20		
9	30		
10	40		

Pentru înțelegerea procedurii de stabilire a tabelelor și a curbelor de montaj, se va considera panoul unei linii electrice aeriene, de tipul celui reprezentat în Figura 5, care conține  $n$  deschideri  $a_{0_{k,k+1}}$ , în metri, cu denivelările  $h_{k,k+1}$ , în metri, între punctele de prindere, linia fiind echipată cu conductoare bimetalice multifilare din oțel-aluminiu.

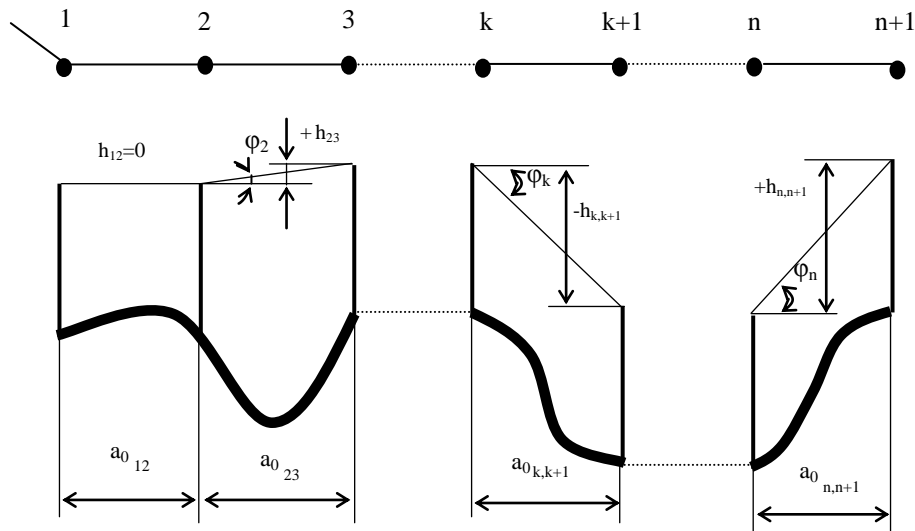


Figura 5 Panoul unei LEA care conține  $n$  deschideri

Calculul pentru stabilirea tracțiunilor și a săgeților de montaj pentru conductorul activ se efectuează în etape succesive și are drept scop determinarea următorilor parametri:

➤ *Caracteristicile conductorului:*

- aria secțiunii conductorului multifilar bimetalic din OL-Al:

$$S_c = S_{Al} + S_{OL} \quad [\text{mm}^2]$$

- modulul de elasticitate echivalent al conductorului bimetalic  $E_c$ , în daN/mm<sup>2</sup>;
- coeficientul echivalent de dilatare liniară  $\alpha_c$  pentru conductorul bimetalic în 1/°C.

➤ *Încărcările specifice normate și de calcul  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_9$ , determinate conform Tabelului 2, în daN/m<sup>2</sup>.*

*Relații pentru determinarea încărcărilor specifice  
normate și de calcul*

**Tabelul 2**

Încărcări specifice [daN/m·mm <sup>2</sup> ]	
Normate	De calcul
$\gamma_{(1,n)} = g_{(1,n)}/S_c$	$\gamma_{(1,c)} = g_{(1,c)}/S_c$
$\gamma_{(2,n)} = g_{(2,n)}/S_c$	$\gamma_{(2,c)} = g_{(2,c)}/S_c$
$\gamma_{(3,n)} = g_{(3,n)}/S_c$	$\gamma_{(3,c)} = g_{(3,c)}/S_c$
$\gamma_{(4,n)} = g_{(4,n)}/S_c$	$\gamma_{(4,c)} = g_{(4,c)}/S_c$
$\gamma_{(5,n)} = g_{(5,n)}/S_c$	$\gamma_{(5,c)} = g_{(5,c)}/S_c$
$\gamma_{(6,n)} = g_{(6,n)}/S_c$	$\gamma_{(6,c)} = g_{(6,c)}/S_c$
$\gamma_{(7,n)} = g_{(7,n)}/S_c$	$\gamma_{(7,c)} = g_{(7,c)}/S_c$
$\gamma_{(8,n)} = g_{(8,n)}/S_c$	$\gamma_{(8,c)} = g_{(8,c)}/S_c$
$\gamma_{(9,n)} = g_{(9,n)}/S_c$	$\gamma_{(9,c)} = g_{(9,c)}/S_c$

- *Tracțiunile maxime ale conductorului* pentru stările de dimensionare:

$$\sigma = 0.95 \cdot \frac{\sigma_{Al} \cdot S_{Al} + \sigma_{OL} \cdot S_{OL}}{S_c} \quad [\text{daN/mm}^2]$$

În ce privește tracțiunile maxime la clema de prindere a conductorului, pentru cele trei stări de calcul, acestea se vor determina în felul următor:

- starea  $\theta = -30^\circ C$ :

$$\sigma_{cl_{(-30^\circ)}} = 0,44 \cdot \sigma$$

- starea  $\theta = 15^\circ C$ :

$$\sigma_{cl_{(15^\circ)}} = 0,18 \cdot \sigma \text{ - pentru linia neechipată cu antivibratoare}$$

$$\sigma_{cl_{(15^\circ)}} = 0,25 \cdot \sigma \text{ - pentru linia echipată cu antivibratoare}$$

- starea  $\theta = -5^\circ C$ , cu chiciură și vânt:

$$\sigma_{cl_{(-5^\circ + ch+v)}} = 0,47 \cdot \sigma$$

- *Determinarea deschiderilor critice* corespunzătoare perechilor stărilor de dimensionare,  $a_{cr_{(1-2)}}$ ,  $a_{cr_{(1-3)}}$  și  $a_{cr_{(2-3)}}$  cu ajutorul relațiilor:

$$a_{cr_{(1-2)}} = \sqrt{\frac{\frac{24}{E_c} [(\sigma_{adm_1} - \sigma_{adm_2}) + \alpha_c \cdot E_c \cdot (\theta_1 - \theta_2)]}{\left(\frac{\gamma_{(3,c)}}{\sigma_{adm_1}}\right)^2 - \left(\frac{\gamma_{(1,c)}}{\sigma_{adm_2}}\right)^2}} \quad [\text{m}] \quad (13)$$

$$a_{cr_{(1-3)}} = \sqrt{\frac{\frac{24}{E_c} [(\sigma_{adm_1} - \sigma_{adm_3}) + \alpha_c \cdot E_c \cdot (\theta_1 - \theta_3)]}{\left(\frac{\gamma_{(3,c)}}{\sigma_{adm_1}}\right)^2 - \left(\frac{\gamma_{(1,c)}}{\sigma_{adm_3}}\right)^2}} \quad [\text{m}] \quad (14)$$

$$a_{cr(2-3)} = \sqrt{\frac{24 \left[ (\sigma_{adm_2} - \sigma_{adm_3}) + \alpha_c \cdot E_c \cdot (\theta_2 - \theta_3) \right]}{E_c \left[ \left( \frac{\gamma_{(1,c)}}{\sigma_{adm_2}} \right)^2 - \left( \frac{\gamma_{(1,c)}}{\sigma_{adm_3}} \right)^2 \right]}} \quad [\text{m}] \quad (15)$$

precum și a sarcinii relative critice  $q_{cr}$ , folosind relația:

$$q_{cr} = \frac{\sigma_{adm_1}}{\sigma_{adm_2}} \sqrt{\frac{\alpha_c E_c \left[ (\theta_3 - \theta_1) + \frac{\sigma_{adm_2}}{\sigma_{adm_3}} (\theta_1 - \theta_2) \right] + (\sigma_{adm_3} - \sigma_{adm_1}) + \left( \frac{\sigma_{adm_2}}{\sigma_{adm_3}} \right)^2 (\sigma_{adm_1} - \sigma_{adm_2})}{\alpha_c E_c (\theta_3 - \theta_1) + (\sigma_{adm_3} - \sigma_{adm_2})}} \quad (16)$$

➤ *Stabilirea cosinusurilor unghiurilor de pantă* pentru deschiderile din panou:

$$\cos \psi_k = \frac{a_{0_{k,k+1}}}{\sqrt{a_{0_{k,k+1}}^2 + h_{k,k+1}^2}} \quad (17)$$

➤ *Determinarea deschiderii medii* din panoul liniei:

$$a_{med} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n a_{0_k}^3}{\sum_{k=1}^n \frac{a_k^3}{a_{0_k}^2}}} \quad [\text{m}] \quad (18)$$

➤ *Stabilirea stării de dimensionare  $m$*  – de referință, conform celor prezentate în Tabelul 3.

**Stabilirea stării de dimensionare**

**Tabelul 3**

Sarcina relativă	Deschidere medie – $a_{med}$ [m]		Dimensionează		
			$\sigma_{adm}$ [daN/mm <sup>2</sup> ]	$\theta$ [°C]	
$q > q_{cr}$	$a < a_{cr(1-2)}$		$\sigma_{adm_2}$	-30	
	$a > a_{cr(1-2)}$		$\sigma_{adm_1}$	-5	
$q < q_{cr}$ sau $q_{cr}$ – valoare imagară	$a < a_{cr(1-2)}$	$a_{cr(2-3)}$ – valoare imagară		$\sigma_{adm_3}$	+15
		$a_{cr(2-3)} > 0$	$a < a_{cr(2-3)}$	$\sigma_{adm_2}$	-30
			$a > a_{cr(2-3)}$	$\sigma_{adm_3}$	+15
	$a > a_{cr(1-2)}$	$a_{cr(1-3)}$ – valoare imagară		$\sigma_{adm_3}$	+15
		$a_{cr(1-3)} > 0$	$a < a_{cr(1-3)}$	$\sigma_{adm_3}$	+15
			$a > a_{cr(1-3)}$	$\sigma_{adm_1}$	-5

- *Determinarea tracțiunii orizontale minime  $\sigma_{0k}$ , cu ajutorul relațiilor:*

$$\sigma_{0_m} = \frac{(2\sigma_m - \gamma_{(m,c)} \cdot h) + \sqrt{(2\sigma_m - \gamma_{(m,c)} \cdot h)^2 - \left(2 + \frac{h^2}{a^2}\right) \cdot \gamma_{(m,c)}^2 \cdot a^2}}{2\left(2 + \frac{h^2}{a^2}\right)} \quad (19)$$

Atunci când punctele de susținere ale conductorului în deschidere sunt la același nivel, denivelarea în deschidere este nulă ( $h=0$ ), iar soluția (19) devine de forma:

$$\sigma_{0_m} = \frac{\sigma_m + \sqrt{\sigma_m^2 - \frac{1}{2} \cdot \gamma_{(m,c)}^2 \cdot a^2}}{2} \quad (20)$$

În deschiderile panoului liniei electrice aeriene, *tracțiunea orizontală minimă* rezultă din următoarea expresie:

$$\sigma_0 = \min(\sigma_{0k}) \text{ pentru } k = \overline{1, n} \text{ [daN/mm}^2\text{]} \quad (21)$$

- *Determinarea tracțiunilor orizontale  $\sigma_{0\theta}$  se face prin rezolvarea ecuației de stare, sub forma (1), pentru fiecare temperatură de montaj  $\theta$  ( $-30^\circ\text{C}$ ;  $-20^\circ\text{C}$ ;  $-10^\circ\text{C}$ ;  $-5^\circ\text{C}$ ;  $0^\circ\text{C}$ ;  $5^\circ\text{C}$ ;  $10^\circ\text{C}$ ;  $20^\circ\text{C}$ ;  $30^\circ\text{C}$ ;  $40^\circ\text{C}$ ), considerând deschiderea medie  $a_{med}$  din panou.*
- *Stabilirea tracțiunii orizontale  $\sigma_{ch}$ , în daN/mm<sup>2</sup>, pentru starea de  $-5^\circ\text{C}$ , cu chiciură și fără vânt, obținute, de asemenea, prin rezolvarea ecuației de stare având forma:*

$$\frac{1}{E_c} (\sigma_{0_m} - \sigma_{0_n}) + \alpha_c (\theta_m - \theta_n) = \frac{a^2}{24} \left[ \left( \frac{\gamma_{t_m}}{\sigma_{0_m}} \right)^2 - \left( \frac{\gamma_{t_n}}{\sigma_{0_n}} \right)^2 \right] \quad (22)$$

- *Determinarea temperaturii critice  $\theta_{cr}$ , cu ajutorul relației:*

$$\theta_{cr} = -5^0 + \frac{\sigma_{adm.ch}}{\alpha_c \cdot E_c} \left( 1 - \frac{\gamma_{(1,n)}}{\gamma_{(3,n)}} \right) \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (23)$$

și, în funcție de aceasta, stabilirea stării în care apare săgeata maximă  $f_{max}$ .

- *Stabilirea săgeților de montaj  $f_\theta$ , pentru  $\theta = -30^\circ\text{C}$ ;  $-20^\circ\text{C}$ ;  $-10^\circ\text{C}$ ;  $-5^\circ\text{C}$ ;  $0^\circ\text{C}$ ;  $5^\circ\text{C}$ ;  $10^\circ\text{C}$ ;  $20^\circ\text{C}$ ;  $30^\circ\text{C}$ ;  $40^\circ\text{C}$ , în toate cele  $n$  deschideri ale panoului, cu ajutorul relației:*

$$f_{k_\theta} = \frac{\gamma_{(1,n)} \cdot a_{0_{k,k+1}}^2}{8 \cdot \sigma_{0_\theta} \cdot \cos \psi_k} \left( 1 + \frac{1}{48} \cdot \frac{\gamma_{(1,n)}^2 \cdot a_{0_{k,k+1}}^2}{\sigma_{0_\theta}} \right), \quad k = \overline{1, n}, \text{ [m]} \quad (24)$$

- *Stabilirea săgeții la  $-5^\circ\text{C}$ , cu chiciură și fără vânt, în toate deschiderile panoului:*

$$f_{k_{ch}} = \frac{\gamma_{(3,n)} \cdot a_{0_{k,k+1}}^2}{8 \cdot \sigma_{0_{ch}} \cdot \cos \psi_k} \left( 1 + \frac{1}{48} \cdot \frac{\gamma_{(3,n)}^2 \cdot a_{0_{k,k+1}}^2}{\sigma_{0_{ch}}} \right), \quad k = \overline{1, n}, \text{ [m]} \quad (25)$$

În ce privește conductorul de protecție, pentru stabilirea tracțiunilor și a săgeților de montaj, calculul se efectuează tot în etape succesive. Primele două etape, referitoare la caracteristicile conductorului de protecție, precum și la încărcările specifice normate și de calcul, sunt asemănătoare cu cele de la conductorul activ de fază. Pentru corelarea săgeților conductorului de protecție cu cele ale conductorului activ, este definit un factor de egalizare, având forma dată de relația:

$$K_{eg} = \frac{f_p}{f_a} \leq 0,95 \quad (26)$$

În continuare, pentru conductorul de protecție al liniilor electrice aeriene, se parcurg succesiv următoarele etape:

- *Determinarea componentei orizontale a tracțiunii specifice* în conductorul de protecție, pentru starea de  $-5^{\circ}\text{C} + \text{chiciură} + \text{vânt}$ , cu ajutorul relației:

$$\sigma_{0_{(-5^{\circ} + \text{ch} + \text{v})}_p} = \frac{\sigma_{0_{(-5^{\circ} + \text{ch} + \text{v})}_a} \cdot \gamma_{(3,n)_p}}{K_{eg} \cdot \gamma_{(3,n)_a}} \quad [\text{daN/mm}^2] \quad (27)$$

- *Determinarea componentei orizontale a tracțiunilor specifice* în conductorul de protecție, pentru stările de  $-30^{\circ}\text{C}$ ,  $15^{\circ}\text{C}$  și  $40^{\circ}\text{C}$ , folosind o relație asemănătoare cu aceea de la etapa anterioară și anume:  $\sigma_{0_{(-30^{\circ})}_p}$ ,  $\sigma_{0_{(15^{\circ})}_p}$ ,  $\sigma_{0_{(40^{\circ})}_p}$ , în  $\text{daN/mm}^2$ .
- *Stabilirea săgeților conductorului de protecție în cele patru stări* ( $-30^{\circ}\text{C}$ ;  $-5^{\circ}\text{C} + \text{chiciură} + \text{vânt}$ ;  $15^{\circ}\text{C}$  și  $40^{\circ}\text{C}$ ), cu o relație de forma:

$$f_{p,\theta} = \frac{a_{med}^2 \cdot \gamma_{(\theta,n)_p}}{8 \cdot \sigma_{0_{\theta,p}}} \quad (28)$$

- *Determinarea coeficienților de egalizare* pentru cele patru stări menționate anterior:

$$K_{eg,\theta} = \frac{f_{p,\theta}}{f_{a,\theta}} \leq 1 \quad (29)$$

Trebuie menționat faptul că dacă, în una din stările menționate,  $K_{eg,\theta} > 1$ , atunci coeficientul de egalizare impus se înmulțește cu 0,99, iar ciclul de calcul se repetă până la obținerea coeficientului de egalizare impus în stările de  $-30^{\circ}\text{C}$ ;  $15^{\circ}\text{C}$  și  $40^{\circ}\text{C}$ .

- *Determinarea tracțiunii orizontale* în conductorul de protecție, cu ajutorul ecuației de stare, plecând de la starea de referință.
- *Stabilirea tracțiunii la clema de prindere* a conductorului de protecție, cu următoarea relație:

$$T_{cl,\theta_p} = \frac{1}{2} \cdot h_{k,k+1} \cdot \gamma_{\theta} \cdot S_c + T_{\theta} \left( \frac{h_{k,k+1}^2}{2a_{k,k+1}^2} + 1 \right) + \frac{a_{0_{k,k+1}}^2 \cdot \gamma_{\theta}^2 \cdot S_c^2}{8 \cdot T_{\theta}} \quad (30)$$

- *Determinarea coeficienților de siguranță reali impuși* pentru conductorul de protecție, pentru cele patru stări menționate anterior, cu o relație de forma următoare:

$$K_{sig,\theta} = \frac{T_{cl,\theta_p}}{0,95 \cdot \sigma_{r_p}} \quad (31)$$

Conform normativelor în vigoare, acești coeficienți trebuie să satisfacă inegalitățile:

$$K_{sig_{(-5^{\circ}+ch+v)}} \leq 0,44 \quad K_{sig_{(30^{\circ})}} \leq 0,47 \quad (32)$$

$$K_{sig_{(15^{\circ})}} \leq 0,25 \quad K_{sig_{(40^{\circ})}} \leq 0,18 \quad (33)$$

Următoarele etape de calcul pentru conductorul de protecție (tracțiunile maxime ale conductorului în stările de dimensionare, deschiderile critice, cosinusurile unghiurilor de pantă, deschiderea medie, stabilirea stării de dimensionare, tracțiunea orizontală minimă, tracțiunile orizontale pentru stările de montaj, temperatura critică, săgețile la stările de montaj, săgețile la  $-5^{\circ}\text{C}+\text{chiciură}$ , fără vânt) sunt asemănătoare cu cele prezentate pentru conductorul activ de fază.

În vederea calculului automat al tracțiunilor și al săgeților de montaj, precum și trasarea curbilor de montaj, atât pentru conductoarele active de fază, cât și pentru cele de protecție ale LEA, pot fi folosite programe de calcul specializate pentru calculatoarele numerice care, în prezent, există în dotarea tuturor serviciilor de proiectare din cadrul societăților Electrica sau Transelectrica.

## 5. Modul de desfășurare a lucrării

- Studenții sau utilizatorii trebuie să certifice înțelegerea metodelor și algoritmilor de calcul pentru soluționarea numerică și separarea soluției reale a ecuației de stare a conductoarelor liniilor electrice aeriene, precum și pentru stabilirea tracțiunilor orizontale, a săgeților de montaj, respectiv a săgeților de gabarit.
- Se consideră pentru analiză o linie electrică aeriană simplu circuit, care străbate zona meteorologică C. La construcția liniei s-au folosit stâlpi de susținere de tip Sn 110 102 și de întindere tip ICn 110 111, lanțuri de izolatoare de susținere tip SS 110-2-CTS 70-1, cu o lungime de 1,66 m și lanțuri de izolatoare de întindere cu lungimea de 2,56 m. Linia este echipată cu conductoare active din OL-Al, având secțiunea  $185/32 \text{ mm}^2$  și un conductor de protecție din OL, cu secțiunea de  $70 \text{ mm}^2$ . Panoul liniei, delimitat de doi stâlpi de întindere, propus pentru analiză, conține șase deschideri, iar caracteristicile panoului și anume deschiderile și denivelările sunt prezentate în Tabelul 4.

*Caracteristicile panoului LEA de 110 kV propus pentru analiză*

**Tabelul 4**

Nr.crt.	Deschiderea [m]	Denivelarea [m]
1	224	-4,66
2	214	9,00
3	190	0,00
4	170	0,00
5	200	-8,00
6	225	-6,34

Folosind programul de calcul *STRESS*, se cere să se determine tracțiunile orizontale, în  $\text{daN/mm}^2$ , săgețile de montaj, în m și săgețile calculate cu luarea în considerare a lanțurilor de izolatoare de întindere, în m.